

## Übungsblatt No. 9: Oszillierender Quadrupol

Ausgehändigt: 16.01.2017

Abgabe: 23.01.2017

### Aufgabe (5 Punkte)

Es liegt nahe, dass Neutronensterne oder schwarze Löcher, die durch eine kleine Störung aus ihrem Gleichgewichtszustand gebracht wurden, eine Schwingung um diesen Gleichgewichtszustand ausführen.

Als einfaches Model für diese Situation betrachten wir den Fall, dass der Quadrupol des Neutronensterns (des schwarzen Loches) die Bewegungsgleichung eines harmonischen Oszillators erfüllt

$$\ddot{Q}^{ij} + \omega_0^2 Q^{ij} = 0, \quad (1)$$

mit Lösungen der Form

$$Q^{ij} = A^{ij} e^{i\omega_0 t} + \text{c.c.} \quad (2)$$

Hier sind die Amplituden  $A^{ij}$  komplexe Integrationskonstanten.

a) Berechne die Energie

$$E = \frac{1}{4K} (\dot{Q}^{ij} \dot{Q}^{ij} + \omega_0^2 Q^{ij} Q^{ij}), \quad (3)$$

und prüfe, dass diese erhalten ist. Hier ist  $K$  eine Kopplungskonstante.

- b) Berechne den Energieverlust und die Änderung des Gesamtdrehimpulses durch Abstrahlung der Gravitationswellen (in der Quadrupolnäherung).
- c) Nimm nun an, dass die Amplituden sich durch die Abstrahlung langsam mit der Zeit ändern und berechne dies. Verwende dazu die Energie aus a).
- d) Korrigiere die Bewegungsgleichung (Gl. 1) um einen (kleinen) dissipativen Term, welcher der Abstrahlung durch Gravitationswellen entspricht. Schreibe diesen Term mit Hilfe des Burke-Thorne-Potentials (ausgewertet an der Stelle  $x^i = 0$ ). Das Burke-Thorne-Potential wurde in der Vorlesung vom 05.12.2016 eingeführt.