HU WS2016 V12 S1

Abstrahlung:

$$\frac{dE}{dt} = -\mathcal{L}, \qquad E = \mu \cdot e$$

wir haben berechnet: $\mathcal{L} = \frac{32}{5}\mu^2 \underbrace{r^4}_{x^{-4}} \underbrace{\omega^6}_{x^9} = \frac{32}{5}\eta^2 x^5$

PN-Korrekturen:

$$\mathcal{L} = \frac{32}{5}\eta^2 x^5 \Big[1 - \Big(\frac{1247}{336} + \frac{35}{12}\eta\Big)x + \underbrace{\dots}_{\text{bekannt bis } x^{7/2}}\Big],$$

Anm.: $\mathcal{L}(x)$ ist eichunabh. Relation!

Bestimme die Phase $\phi(t)$ aus

$$\dot\phi = \omega = \frac{x^{3/2}}{M}, \qquad \underbrace{\frac{de}{dx}}_{e'}\frac{dx}{dt} = \frac{de}{dt} = -\frac{\mathcal{L}}{\mu}$$

$$\rightsquigarrow \left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\frac{1}{\mu}\cdot\frac{\mathcal{L}}{e'} \\ \frac{d\phi}{dt} &= \frac{x^{3/2}}{M} \end{aligned}\right\} (*)$$

$\rightsquigarrow$ Wellenformmodelle:

- TaylorT1: $(*)$ numerisch lösen
- TaylorT4: rechte Seite von $(*)$ in x entwickeln ~~dann~~ dann numerisch lösen
- TaylorT2: analytische Lösung $t(x)$, $\varphi(x)$ als Potenzreihe in x
- TaylorT3: analytische Lösung $\varphi(t)$ als Potenzreihe

Modelle geben verschiedene Lösungen, da sie auf Näherungen basieren

TaylorT4 funktioniert ~~meistens~~ am besten für gleiche Massen (aus Vergleich mit num. Sim.)

Polarisationen: $\left(\omega^2 r^2 = \frac{M}{r} = x\right)$

$$h_+ = -\frac{4\mu}{R}\,\frac{1+\cos^2\Theta}{2}\,x\cos(2\phi) + \text{PN-Korrekturen}$$

$$h_\times = -\frac{4\mu}{R}\cos\Theta\cdot x\cdot\sin(2\phi) + \text{''}$$

"eingeschränkte" Wellenformen: PN Korrekturen weglassen

d.h. nur PN-Korr. in $\varphi(t)$, $x(t)$

$\rightsquigarrow$ gute Näherung, da die Detektoren sensitiver für die Phase als für die Amplitude sind

HU WS2016 V1252

Wellenformen im Frequenzraum

Taylor $\underline{\underline{T}}$: T $\hat{=}$ time domain

Taylor $\underline{\underline{F}}$: F $\hat{=}$ frequency domain

$$\tilde{h}_+(\omega_{GW}) = \int dt\, h_+ e^{i\omega_{GW} t}$$

$$\rightsquigarrow e^{i[\omega_{GW} t - 2\tilde{\phi}(t)]}$$

Näherung: stationäre Phase $\Rightarrow \omega_{GW} \approx \dot{\phi} \cdot 2$

nach Rechnung:

$$\tilde{h}_+(\omega_{GW}) = -\frac{1+\cos^2\theta}{2} \left(\frac{5\pi}{24}\right)^{1/2} \sqrt{\eta}\, \frac{M^2}{R}\, x^{-7/4}\, e^{i[\phi_c - \omega_{GW} t_c - \Psi(\omega_{GW})]}$$

$$\tilde{h}_\times(\omega_{GW}) = i\cos\theta \quad \text{〃}$$

mit ϕ_c, t_c: Phase / Zeit beim Verschmelzen

$$x := \left(\tfrac{1}{2}\omega_{GW} M\right)^{2/3}$$

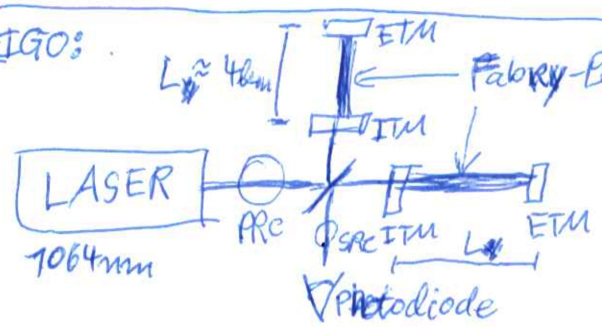
$$\Psi(\omega_{GW}) = -\frac{\pi}{4} + \frac{3}{128\eta} x^{-5/2} \ldots$$

$\Rightarrow$ TaylorF2

HU WS2016 V1253

Gravitationswellendetektoren

LIGO:



Fabry-Perot-Interferometer/Resonator (FP) Finesse $\mathcal{F}=450$

SRC: Signal-recycling cavity } weitere FP-~~Interferometer~~ Resonatoren
PRC: power " "

4 Testmassen: 2×ITM (input test mass) } je 34cm×20cm Quarzglas, 40kg
2×ETM (end test mass)

Testmassen können als frei "fallend" bzw. kräftefrei betrachtet werden: (über 10Hz)

- Kräfte in vertikaler Richtung sind vernachlässigbar, da Messung in horizontaler Ebene geschieht
- Aufhängung mindert Kräfte in vertikaler Richtung um 10 Größenordnungen: 3 durch aktive Seismische Isolation, 7 durch mehrstufiges Pendelsystem

Behauptung: anfänglich ruhende Testmassen ändern in der TT-Eichung ihre Koordinaten nicht

Geodätengleichung:

$$0 = \frac{Du^\mu}{d\tau} = \frac{du^\mu}{d\tau} + \Gamma^\mu{}_{\nu\rho} u^\nu u^\rho \,, \quad u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

bei $\tau=0$: $u^i = 0$ (in Ruhe)

$$\left.\frac{du^\mu}{d\tau}\right|_{\tau=0} = -\left[\Gamma^\mu{}_{00} \Big(\underbrace{\frac{dx^0}{d\tau}}_{u^0}\Big)^2\right]_{\tau=0}$$

$$= -\frac{1}{2}\eta^{\mu\sigma}\left(\partial_0 h^{TT}_{0\sigma}\cdot 2 - \partial_\sigma h^{TT}_{00}\right) + \mathcal{O}(h^2), \text{ (lineare Näherung)}$$

TT-Eichung: $h^{TT}_{0\mu} = 0$

$$= 0$$

↝ L ~~ändert~~ ist ~~sind~~ konstant in TT-Eichung auch wenn die GW den Detektor passiert!