

Protokoll zum Versuch
Solitonen auf elektrischen Netzwerken

Tina Clauß, Jan Steinhoff
Betreuer: Dr. Hein

1. Februar 2004

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Aufgabenstellung | 4 |
| 2 | Theoretische Grundlagen | 4 |
| 2.1 | Wellen in elektrischen Leitungen | 4 |
| 2.1.1 | Der Abschlusswiderstand | 4 |
| 2.2 | Wellen im elektrischen Netzwerk | 5 |
| 2.3 | Wellen in nichtdispersiven, nichtlinearen Leitungen | 6 |
| 2.3.1 | Funktionsweise einer Kapazitätsdiode | 6 |
| 2.4 | Wellen im dispersiven, nichtlinearen Netzwerk | 6 |
| 2.4.1 | Die KdV-Gleichung | 7 |
| 3 | Versuchsaufbau und Messprinzip | 8 |
| 3.1 | Die Leitung | 8 |
| 3.1.1 | Realisierung der nichtlinearen Leitung | 8 |
| 3.1.2 | Messung der Diodenkapazität | 8 |
| 3.1.3 | Messung der Dispersionsrelation | 9 |
| 3.2 | Solitonen | 9 |
| 3.2.1 | Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit | 9 |
| 3.2.2 | Amplitude als Funktion der zurückgelegten Wegstrecke | 9 |
| 3.2.3 | Ausbreitungsgeschwindigkeit als Funktion der Amplitude | 10 |
| 3.2.4 | Breite als Funktion der Ausbreitungsgeschwindigkeit | 10 |
| 4 | Auswertung | 10 |
| 4.1 | Untersuchung der Leitung | 10 |
| 4.1.1 | Kapazität der Diode | 10 |
| 4.1.2 | Dispersionsrelation | 10 |
| 4.1.3 | Nichtlineare Eigenschaften der Leitung | 12 |
| 4.1.4 | Wirkung des Abschlusswiderstandes | 12 |
| 4.2 | Untersuchung der Solitonen | 15 |
| 4.2.1 | Die Solitonenformation in Abhängigkeit vom Eingangspuls | 15 |
| 4.2.2 | Geschwindigkeit eines Solitons im Einfach- und Schleifenmodus | 15 |
| 4.2.3 | Dämpfung eines Solitones im Einfach- und Schleifenmodus | 15 |
| 4.2.4 | Ausbreitungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Amplitude | 15 |
| 4.2.5 | Breite der Solitonen | 18 |
| A | Messprotokoll | 20 |

1 Aufgabenstellung

1. Messen der spannungsabhängigen Kapazität einer Kapazitätsdiode.
2. Messen der Dispersionsrelation der elektrischen Leitung.
3. Man überzeuge sich von den nichtlinearen Eigenschaften der elektrischen Leitung. Dazu lege man eine sinusförmige Wechselspannung variabler Amplitude an den Eingang und beobachtete das Ausgangssignal.
4. Benutzen Sie den Rechteckgenerator, um ein Soliton zu starten und passen Sie den Abschlusswiderstand möglichst ideal an.
5. Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Solitons im Einfachmodus und im Schleifenmodus.
6. Messen Sie die Amplitude als Funktion der zurückgelegten Wegstecke.
7. Stellen Sie die Breite des Rechteckimpulses so ein, dass etwa vier Solitonen gut beobachtbar sind. Bestimmen Sie nun die Ausbreitungsgeschwindigkeit als Funktion der Amplitude des Solitons.
8. Messen Sie die Breite der Solitonen und tragen Sie diese geeignet gegen die Ausbreitungsgeschwindigkeit auf.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Wellen in elektrischen Leitungen

Die Abbildung 1 zeigt das Ersatzschaltbild einer verlustfreien nichtdispersiven linearen Leitung. Ihr Verhalten wird beschrieben durch die sogenannte *Telegraphengleichung*:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - v_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad \text{mit} \quad v_0 = \frac{1}{\sqrt{lc}} \quad (1)$$

Dieselbe Wellenleichung gilt auch für den Strom $i(x, t)$ statt mit der Spannung $u(x, t)$. Die Größe c bzw. l ist die Kapazität bzw. Induktivität pro infinitesimalen Leitungselement. Lösung dieser Gleichung sind sinusförmige Wellen, die sich unabhängig von der Frequenz mit derselben Geschwindigkeit v_0 ausbreiten. Die Leitung ist also dispersionslos.

Dieses Modell einer elektrischen Leitung lässt sich noch durch Einfügen von Widerständen in das Ersatzschaltbild verallgemeinern. Die Leitung ist dann nicht mehr verlustfrei und dispersionslos. Eine Vielzahl von Leitungen lassen sich auf diese Weise beschreiben.

2.1.1 Der Abschlusswiderstand

Das in Abschnitt 2.1 beschriebene Modell lässt die Frage offen, was am Rand der Leitung passiert. Hier treten i.a. Reflexionen auf, die jedoch meistens unerwünscht sind, insbesondere dann, wenn man Informationen mit der Leitung übertragen will. Durch einen *Abschlusswiderstand* am Ende der Leitung lassen sich diese Reflexionen jedoch beeinflussen. Ist der Abschlusswiderstand so groß wie der Wellenwiderstand der Leitung, treten überhaupt keine Reflexionen auf. Man spricht dann vom angepassten Fall.

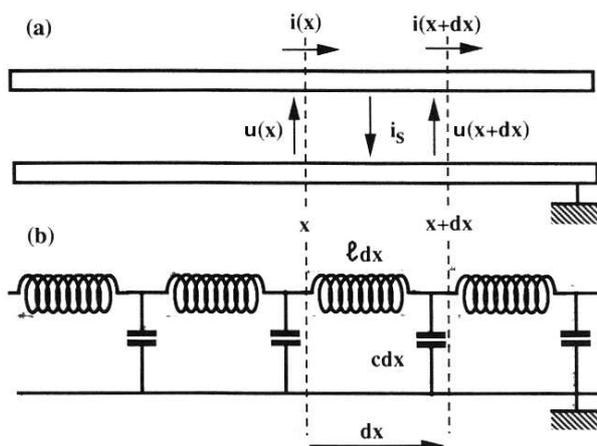


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer nichtdispersiven, linearen Leitung [1]

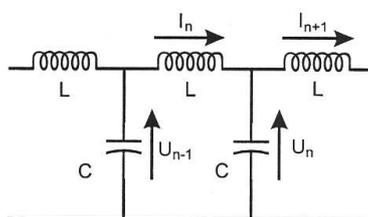


Abbildung 2: Ein dispersives, lineares Netzwerk [3]

2.2 Wellen im elektrischen Netzwerk

Die Abbildung 2 zeigt einen Abschnitt eines elektrischen Netzwerkes. Dieses Netzwerk ist der elektrischen Leitung auf den ersten Blick sehr ähnlich (vgl. Abb. 1). Den Unterschied kann man sich mit einer Analogie zur Mechanik überlegen: Der Leitung entspricht die schwingende Saite, dem Netzwerk die Pendelkette. Aufgrund des *diskreten* Aufbaus des Netzwerkes ist es nicht dispersionslos, obwohl Spulen und Kondensatoren in gleicher Weise angeordnet sind wie im Ersatzschaltbild der verlustfreien Leitung. Dies kann durch folgende Rechnung gezeigt werden:

$$U_{n-1} - U_n = L \frac{dI_n}{dt} \quad (\text{Maschensatz}) \quad (2)$$

$$I_n - I_{n-1} = C \frac{dU_n}{dt} \quad (\text{Knotensatz}) \quad (3)$$

Leitet man Gleichung 3 nach der Zeit ab und setzt dann Gleichung 2 ein, so erhält man folgende Wellengleichung:

$$\frac{d^2 U}{dt^2} = \frac{1}{LC} (U_{n+1} + U_{n-1} - 2U_n) \quad (4)$$

Diese Differentialgleichung kann mit dem Ansatz $U_n(t) = U_0 e^{i(\omega t - \kappa n)}$ gelöst werden. Dieser liefert sofort die *Dispersionsrelation* des Netzwerkes:

$$\omega = \omega_c \left| \sin \frac{\kappa}{2} \right| \quad \text{mit} \quad \omega_c^2 = \frac{4}{LC} \quad (5)$$

Damit kann man nun die Phasengeschwindigkeit v sowie die Gruppengeschwindigkeit v_g berechnen:

$$v = \frac{\omega}{\kappa} = \frac{\omega_c}{\kappa} \left| \sin \frac{\kappa}{2} \right| \quad (6)$$

$$v_g = \frac{d\omega}{d\kappa} = \text{sign} \left(\sin \frac{\kappa}{2} \right) \frac{\kappa}{2} \cos \frac{\kappa}{2} \quad (7)$$

Weil die Gruppengeschwindigkeit nicht konstant ist, behalten endliche Pulse ihre Form nicht bei, denn sie setzen sich aus mehreren Wellenlängen zusammen. Der Puls verbreitert sich.

2.3 Wellen in nichtdispersiven, nichtlinearen Leitungen

Die in Abschnitt 2.1 beschriebene Leitung wird nichtlinear, wenn die Induktivität oder die Kapazität keine Konstanten mehr sind, sondern von Strom oder Spannung abhängen. Im Praktikumsversuch wird beispielsweise eine Kapazität verwendet, die bei hohen Spannungen kleiner wird. Dies hat zur Folge, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit $v_0 = 1/\sqrt{lc}$ dann größer wird. Pulse mit großer Amplitude breiten sich also schneller aus. Außerdem bewegt sich das Maximum eines Pulses schneller als der Rest, wodurch der Puls in Ausbreitungsrichtung immer steiler wird. Es kommt zur Bildung sogenannter *Schockwellen*.

2.3.1 Funktionsweise einer Kapazitätsdiode

Eine spannungabhängige Kapazität kann in einfacher Weise durch eine Reihenschaltung eines gewöhnlichen Kondensators mit einer Kapazitätsdiode erreicht werden (siehe 3.1.1). Die Diode besteht aus einem n- und einem p-Halbleiter. Zwischen den beiden Halbleitern bildet sich eine Sperrschicht aus, die als Isolator wirkt. Die Dicke dieser Sperrschicht ("Plattenabstand") ist abhängig von der anliegenden Spannung. Dadurch wird auch die Kapazität der Diode spannungsabhängig, es gilt:

$$C_s \propto (U + U_0)^{-1/(m+2)} \quad (8)$$

Die Zahl m kann Werte zwischen $-3/2$ und 1 annehmen. Sie ist ein Maß dafür, wie abrupt der n-p-Übergang ist (kleine Zahl \Rightarrow abrupter Übergang). Ist die Diode in Durchlassrichtung geschaltet, so kommt noch die sogenannte *Diffusionskapazität* hinzu:

$$C_d \propto \exp \left(\frac{eU}{kT} \right) \quad (9)$$

2.4 Wellen im dispersiven, nichtlinearen Netzwerk

Man kann die Kurve zur Spannungsabhängigkeit der Kapazitätsdiode im Bereich des Arbeitspunktes an eine Taylorreihe annähern:

$$C(V) \approx C_0(1 - 2bU) \quad (10)$$

Setzt man die Näherung für die Kapazität in die Gleichungen 2 und 3 ein und leitet die Wellengleichung erneut her, nimmt an dass die Spannung wenig im Vergleich zum Zellenabstand δ variiert und anschließend die Spannung in eine Taylorreihe entwickelt erhält man folgende Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - b \frac{\partial^2 U^2}{\partial t^2} = \frac{\delta^2}{LC_0} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\delta^4}{12LC_0} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + \dots \quad (11)$$

Diese lässt sich analytisch lösen:

$$U_n(t) = \frac{3}{2b} \left(1 - \frac{v_0^2}{v^2}\right) \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{3 \left(\frac{v^2}{v_0^2} - 1\right)} \left(n - \frac{v}{\delta} t\right) \right] \quad \text{mit} \quad v_0 := \frac{\delta}{\sqrt{LC_0}} \quad (12)$$

Stellt man die Spannungsamplitude aus Gleichung 12 nach der Geschwindigkeit um, ergibt sich ein Zusammenhang zwischen Spannung und Amplitude:

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \frac{2}{3}bU_{max}}} \quad (13)$$

Demnach gilt, je größer die Amplitude, desto größer ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit.

Weiterhin lässt sich ein Zusammenhang zwischen der Halbwertsbreite und der Geschwindigkeit finden. Diesen erhält man wenn man die Lösung der Wellengleichung mit der halben Amplitude gleichsetzt. Man erhält die Breite des Signals in Zellen in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit:

$$\frac{L}{\delta} \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{v^2}{v_0^2} - 1}} \quad (14)$$

Kombiniert man nun die Gleichungen 13 und 14, erhält man folgenden Zusammenhang:

$$U_{max} \left(\left(\frac{L}{\delta}\right)^2 + 1 \right) = \frac{3}{2b} \quad (15)$$

2.4.1 Die KdV-Gleichung

Die KdV-Gleichung (Korteweg-de Vries Gleichung) ist eine Näherung der Wellengleichung 12. Sie entsteht aus Koordinatentransformation in ein mitbewegtes Koordinatensystem und Näherung für kleine Spannungen. Die Gleichung bildet die theoretische Grundlage für die Solitonenbreitung:

$$\frac{\partial U_1}{\partial T} + \frac{b}{\sqrt{LC_0}} U_1 \frac{\partial U_1}{\partial s} + \frac{1}{24\sqrt{LC_0}} \frac{\partial^3 U_1}{\partial s^3} = 0 \quad (16)$$

Es ergibt sich folgende Lösung der partiellen Differentialgleichung:

$$U_n(t) = \frac{3}{b} \left(\frac{v}{v_0} - 1\right) \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{6 \left(\frac{v}{v_0} - 1\right)} \left(n - \frac{v}{\delta} t\right) \right] \quad \text{mit} \quad v := \left(1 + \frac{\epsilon u}{24}\right) \quad (17)$$

Wie in Abschnitt 2.4 für die Wellengleichung 12 können auch für die KdV-Gleichung Aussagen über die Geschwindigkeit als Funktion der Amplitude und über die Halbwertsbreite als Funktion der Geschwindigkeit getroffen werden:

$$v_s = \left(1 + \frac{b}{3} U_{max}\right) v_0 \quad (18)$$

$$\frac{L}{\delta} \approx \frac{1}{\sqrt{2 \left(\frac{v}{v_0} - 1\right)}} \quad (19)$$

Kombiniert man wieder beide Gleichungen ergibt sich folgender Zusammenhang. Das Produkt aus der Amplitude U_{max} und dem Quadrat der Breite ist also konstant.

$$U_{max} \left(\frac{L}{\delta}\right)^2 = \frac{3}{2b} \quad (20)$$

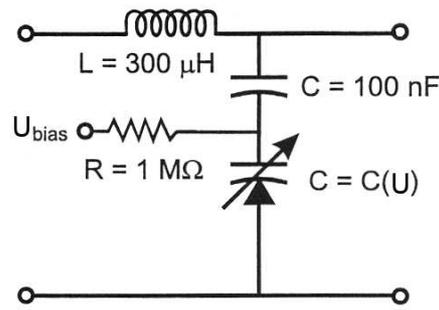


Abbildung 3: Eine Zelle der verwendeten diskreten Leitung

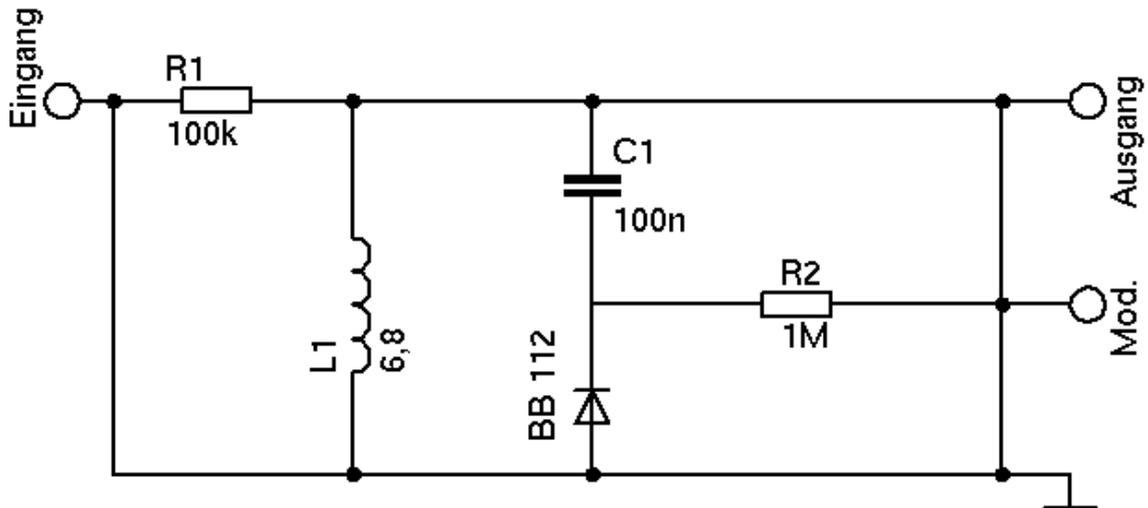


Abbildung 4: Messung der Spannungsabhängigkeit der Kapazitätsdiode

3 Versuchsaufbau und Messprinzip

3.1 Die Leitung

3.1.1 Realisierung der nichtlinearen Leitung

Im Versuchsaufbau wird eine wie in Abschnitt 2.3 beschriebene Leitung realisiert. Die Leitung besteht aus 48 Zellen (siehe Abb. 3). Der Abschlusswiderstand ist einstellbar. Das Signal kann in jeder Zelle am Oszilloskop beobachtet werden. Zunächst werden die Eigenschaften der Leitung genauer untersucht.

3.1.2 Messung der Diodenkapazität

Um die Nichtlinearität der Leitung zu realisieren, wird eine spannungsabhängige Kapazität in Form einer in Sperrichtung betriebenen Diode verwendet. Erhöht sich die Spannung, erhöht sich somit auch die Sperrschicht des p-n-Übergangs. Diese Abhängigkeit wird in einer separaten Schaltung vermessen (siehe Abb. 4). Über den Eingang wird eine Spannung variabler Frequenz mit einem Sinusgenerator eingekoppelt. Zusätzlich wird eine Gleichspannung direkt an die Kapazitätsdiode angelegt und somit die Kapazität beeinflusst. Die Frequenz

der sinusförmigen Eingangsspannung kann variiert werden und über die Resonanzfrequenz kann nun die Kapazität der Diode bestimmt werden. Im Resonanzfall verschwindet die Phasendifferenz zwischen Eingangs- und Ausgangssignal, was man zum Beispiel mit Hilfe von Lissajous-Figuren am Oszilloskop beobachten kann. Die Resonanzfrequenz eines Schwingkreises ergibt sich wie folgt:

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{ges}}} \quad (21)$$

Wobei sich C aus der Kapazität des Kondensators und der Diode errechnet:

$$C_{ges} = \frac{C_D C_1}{C_D + C_1} \quad (22)$$

Bei den folgenden Messungen mit der Leitung wird die Gleichspannung 1V betragen. Der Arbeitspunkt ist somit fest eingestellt.

3.1.3 Messung der Dispersionsrelation

Für die Messung der Dispersionsrelation wird wieder eine Spannung variabler Frequenz an den Eingang der Telegraphenleitung gekoppelt. Die Messung des Signals ist an verschiedenen Zellen möglich. Zur Aufnahme der Dispersionskurve werden bei verschiedenen Frequenzen die Anzahl der Wellenlängen gezählt, die das Signal bis zu der Zelle, in der gemessen wird zurückgelegt hat. Eingangssignal und Ausgangssignal sollten also phasengleich sein. So erhält man die Wellenlänge pro Zelle. Man sollte Frequenzen bis 600kHz und Amplituden bis 50mV verwenden. Ansonsten erfolgt keine lineare Signalübertragung mehr. Bei größeren Amplituden kann man die Nichtlinearität der Leitung untersuchen. Die Kurve kann dann mit Formel 5 verglichen werden.

3.2 Solitonen

Um Solitonen zu erzeugen werden Rechteckimpulse an den Eingang eingekoppelt. Amplitude und Breite dieser Impulse sind einstellbar. Mit Einstellung der Breite lässt sich die Anzahl der pro Impuls erzeugten Solitonen regeln. Außerdem sollte man darauf achten den Abschlusswiderstand optimal einzustellen, damit möglichst wenig am Leitungsende reflektiert wird. Die Telegraphenleitung kann sowohl im Einfach- als auch im Schleifenmodus, wobei das Ausgangssignal wieder an den Eingang gekoppelt wird, betrieben werden.

3.2.1 Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit

Für die Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit wird der eingekoppelte Rechteckimpuls möglichst so eingestellt, dass nur ein Soliton entsteht. Um die Ausbreitungsgeschwindigkeit in Zellen pro Zeit zu messen, beobachtet man das Soliton in unterschiedlichen Zellen und bestimmt mit dem Oszilloskop die Zeitdifferenz. Die Messung kann im Einfach- und im Schleifenmodus durchgeführt werden.

3.2.2 Amplitude als Funktion der zurückgelegten Wegstrecke

Die Messung kann mit der im Absatz 3.2.1 beschriebenen Messung kombiniert werden. Zusätzlich zur Zeitdifferenz werden noch die Amplituden der Solitonen nach unterschiedlich zurückgelegten Wegstrecken gemessen.

3.2.3 Ausbreitungsgeschwindigkeit als Funktion der Amplitude

Für diese Messung stellt man die Breite des Rechteckimpulses auf etwa vier Solitonen ein. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit wird wieder wie in Abschnitt 3.2.1 bestimmt, allerdings als Funktion der Amplitude der Solitonen, die mit Veränderung der Amplitude des Rechteckimpulses eingestellt werden kann.

3.2.4 Breite als Funktion der Ausbreitungsgeschwindigkeit

Die Messung der Breite als Funktion der Ausbreitungsgeschwindigkeit kann zusammen mit der in Abschnitt 3.2.3 beschriebenen Messung durchgeführt werden. Dazu muss die Breite des Signals am Oszilloskop abgelesen werden. Man könnte entweder die Breite von vier Solitonen bestimmen oder die Halbwertsbreite eines Solitons.

4 Auswertung

4.1 Untersuchung der Leitung

4.1.1 Kapazität der Diode

Die Kapazität in Abhängigkeit von der Diodenspannung U_{bias} ist in Abbildung 5 dargestellt. Die Parameter U_0 und m wurden durch Anfitten der Messwerte an die Gleichung 8 bestimmt. Der kleine Wert von m lässt auf einen sehr abrupten p-n-Übergang schließen. In der Nähe des Arbeitspunktes $U_{bias} = 1V$ wurden mehr Messwerte aufgenommen. Nimmt man hiervon einen ausreichend kleinen Bereich, so ist die Kurve nahezu linear und die Werte für C_0 und b können durch lineare Regression bestimmt werden (Abbildung 6). Problematisch bei der Bestimmung der Kapazität war der Einfluss der Verbindungsleitungen. Durch Austausch der Leitungen änderte sich die Resonanzfrequenz bereits um einige kHz. Es ist allerdings schwierig, diesen systematischen Fehler rechnerisch zu korrigieren.

Aus der Kapazität am Arbeitspunkt $C_0 = 556pF$ und der Induktivität der Leitung $L = 300\mu H$ kann man nun ω_c berechnen:

$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}} = 4,90 \times 10^6 rad/s \quad (23)$$

Weil die Induktivität aber nicht nachgemessen werden konnte und weil die Verbindungsleitungen den Wert von C_0 verfälschen, ist die Genauigkeit dieses Wertes nicht sehr hoch.

4.1.2 Dispersionsrelation

Die in Abschnitt 3.1.3 beschriebene Messung wurde für drei verschiedene Zellen durchgeführt. Ein Vergleich des Ergebnisses mit der Theoriekurve (Gleichung 4 mit ω_c aus Gleichung 23) ist in Abbildung 7 zu sehen. Die Theoriekurve weicht deutlich von den Messwerten ab. Daher wurde ω_c nochmals durch Anfitten der Messwerte an die Dispersionsrelation (4) bestimmt:

$$\omega_c = 3,936 \pm 0,008 \quad (24)$$

Dieser Wert ist sicher genauer als der über die Kapazität berechnete Wert (Gl. 23), denn der Wert von L wird nicht benötigt und die Verbindungsleitungen haben einen kleineren Einfluß,

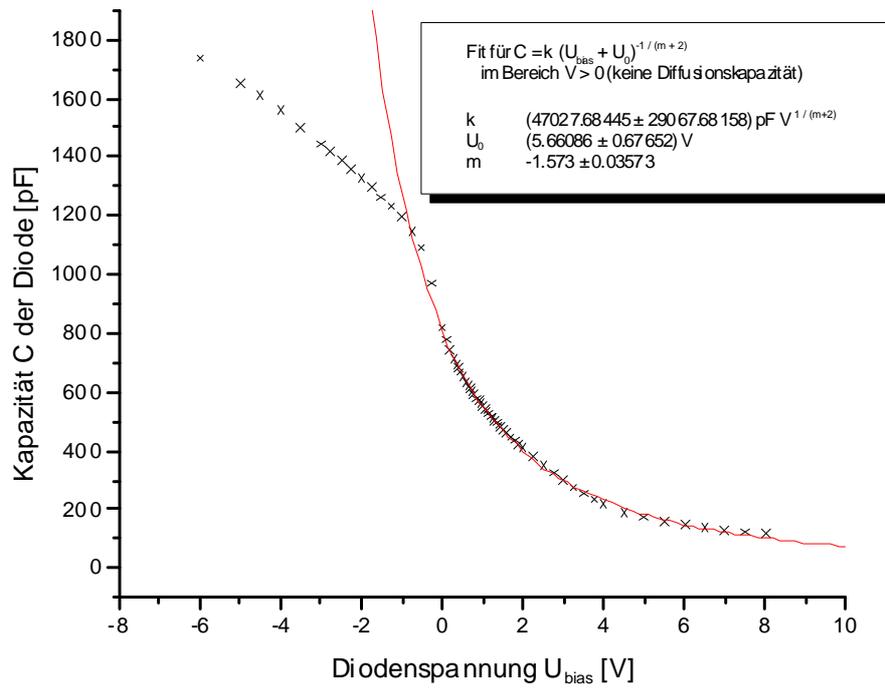


Abbildung 5: Spannungabhängigkeit der Diodenkapazität

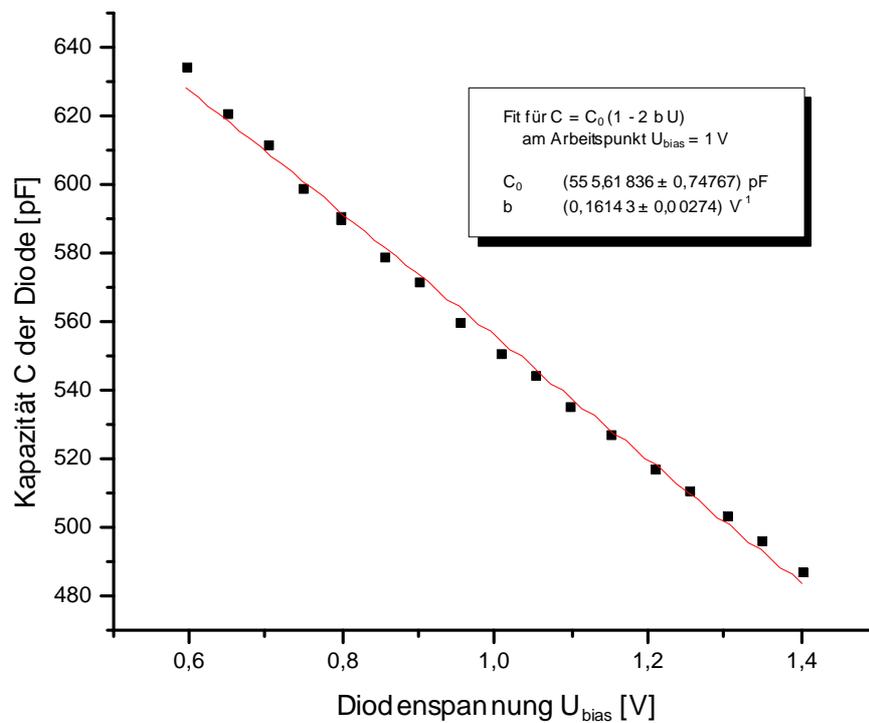


Abbildung 6: Kapazität der Diode am Arbeitspunkt

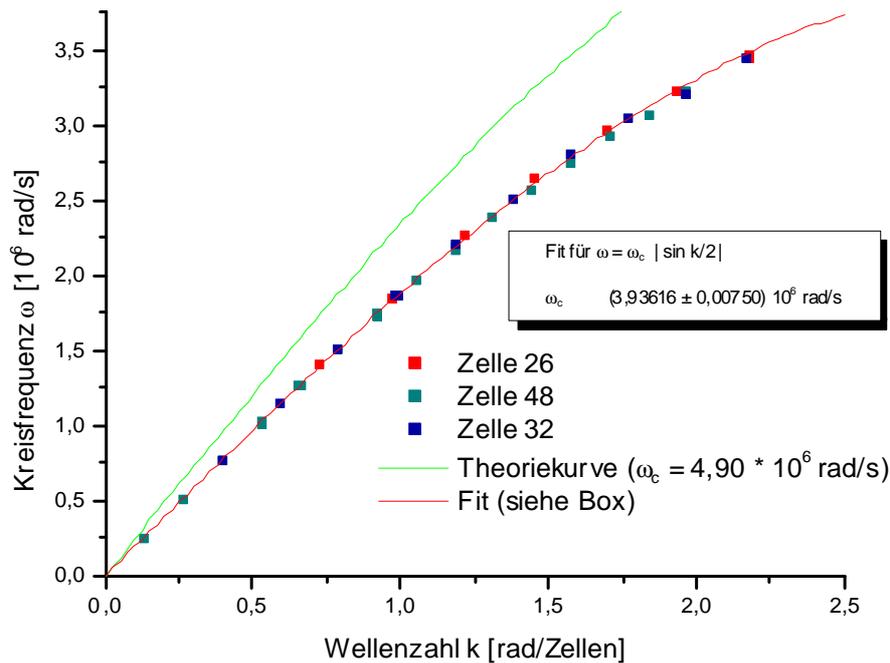


Abbildung 7: Dispersionsrelation der verwendeten Leitung

weil die Messung am Netzwerk und nicht an einer einzelnen Zelle vorgenommen wurde. Man kann nun direkt v_0 (vgl. Gl. 11) bestimmen:

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{\omega_c}{2} = 1,968 \pm 0,004 \quad (25)$$

4.1.3 Nichtlineare Eigenschaften der Leitung

Hier wurde von außen eine sinusförmige Spannung an der Leitung angelegt und die Verformung dieses Signals für unterschiedliche Amplituden beobachtet. Bei sehr kleinen Amplituden verhält sich die Leitung linear, d.h. außer einer Abschwächung kann keine Verformung beobachtet werden (Abbildung 8a). Im Teil b der Abbildung 8 ist die Amplitude doppelt so groß. Hier zeigen sich bereits nichtlineare Effekte, das Maximum hat sich verschoben. Im Gegensatz zu den theoretischen Erwartungen hat es sich aber nach rechts (also gegen die Ausbreitungsrichtung) verschoben. Wie man in den folgenden Abbildungen c und d sieht, liegt das daran, dass zunächst Schwingunganteile mit kleiner Amplitude nach rechts wandern. In der Abbildung d hat sich dann in Ausbreitungsrichtung eine steile Front herausgebildet, so wie es in Abschnitt 2.3 vorhergesagt wurde.

4.1.4 Wirkung des Abschlusswiderstandes

Hier wurde mit dem internen Rechteckgenerator ein Impuls erzeugt und dessen Verhalten am Ende der Leitung untersucht (im Einfachmodus). Wie in Abbildung 9 zu sehen ist, treten dabei drei verschiedene Fälle auf:

- Bei großem Widerstand wird der Puls ohne Phasensprung reflektiert, es handelt sich um Reflexion am "losen Ende" (die Spannung ist am Ende der Leitung nicht festgelegt, denn sie kann über dem Widerstand abfallen).

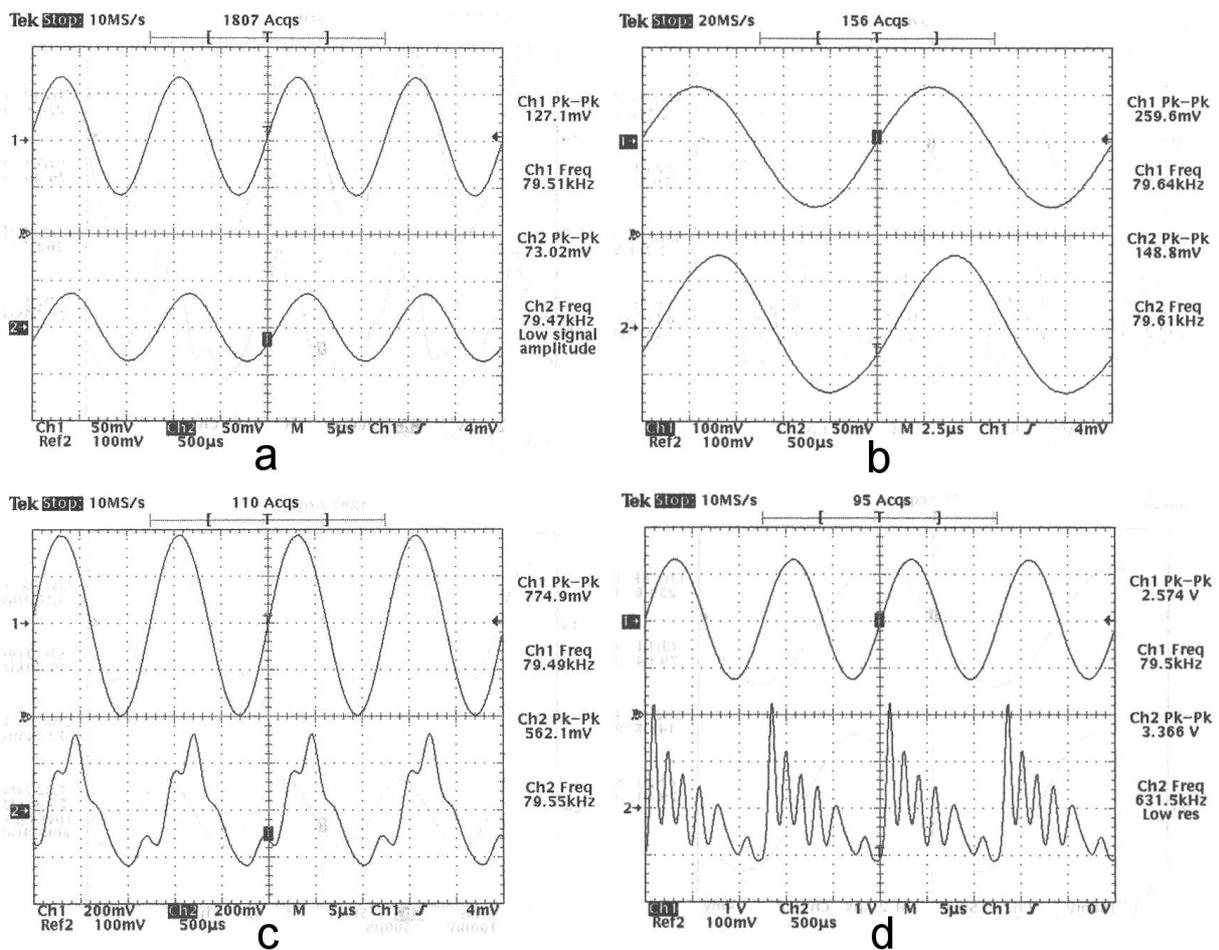


Abbildung 8: Verhalten der Leitung: a) lineares Verhalten (sehr kleine Amplitude), b) Beginn des nichtlinearen Verhaltens (kleine Amplitude), c) nichtlineares Verhalten (große Amplitude), d) stark nichtlineares Verhalten (noch größere Amplitude)

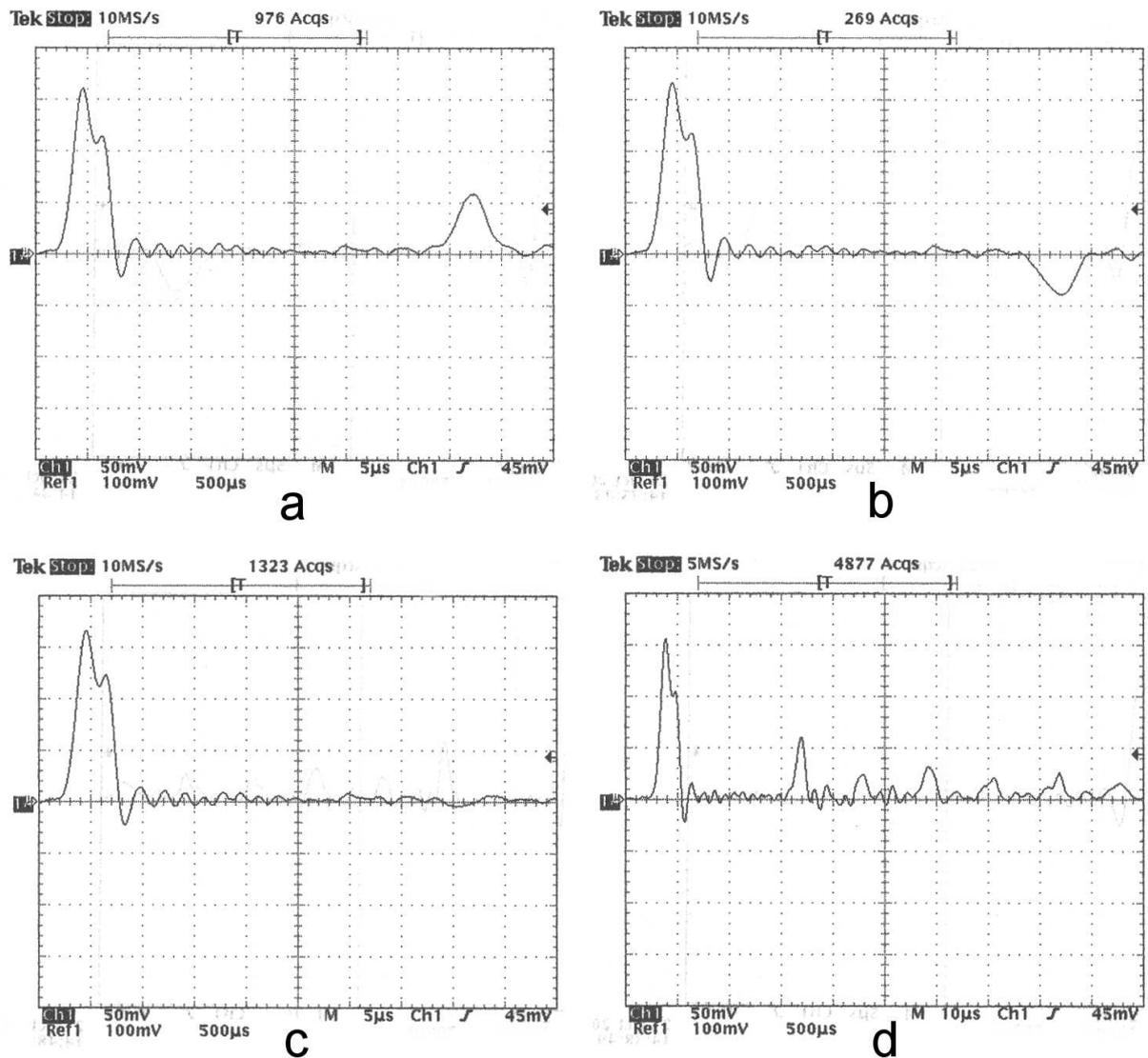


Abbildung 9: Abschlusswiderstand: a) zu groß, b) zu klein, c) angepasst, d) im Schleifenmodus

- b) Bei kleinem Widerstand (Kurzschluss) wird der Puls mit Phasensprung reflektiert (“festes Ende”, das Ende ist fest mit der Masse verbunden).
- c) Im angepassten Fall tritt fast keine Reflexion auf. Die Anpassung konnte aber nicht ganz optimal vorgenommen werden, weil nur ein ohmscher Widerstand dafür zur Verfügung stand.
- d) Auch im Schleifenmodus kommt es bei nicht angepasstem Abschlusswiderstand zu Reflexionen am Leitungsende, obwohl es hier theoretisch kein Leitungsende geben sollte.

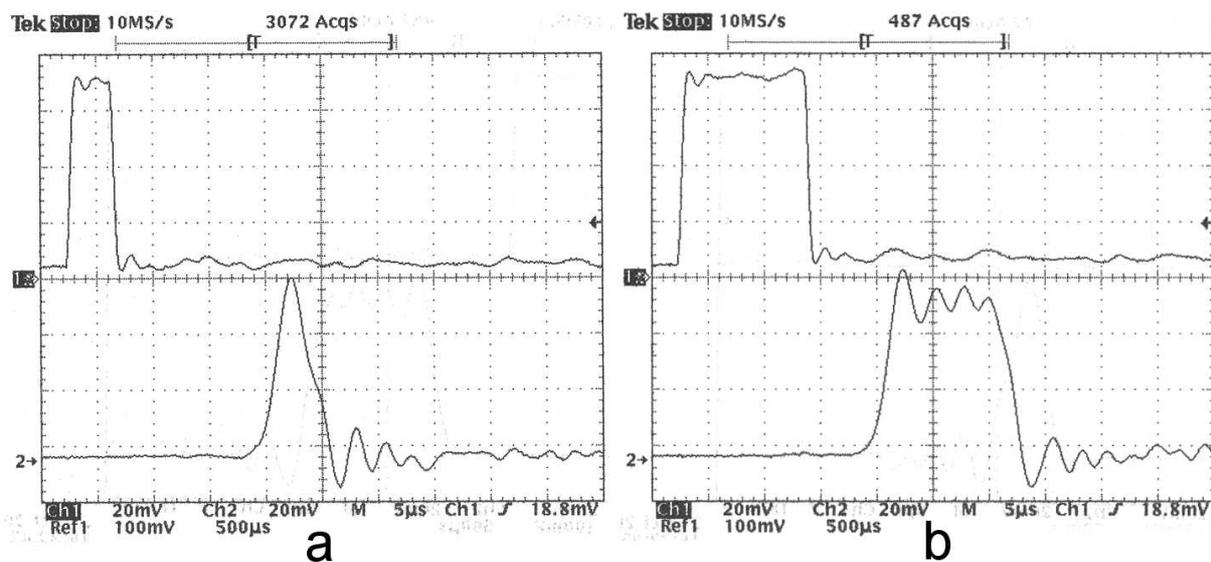


Abbildung 10: Solitonenformationen, jeweils mit nachfolgendem Wellenzug: a) einzelnes Soliton, b) vier Solitonen

4.2 Untersuchung der Solitonen

4.2.1 Die Solitonenformation in Abhängigkeit vom Eingangspuls

Durch variieren von Amplitude und Breite des Rechteckpulses kann man verschiedene Solitonenformationen erzeugen (Abbildung 10). Durch ändern der Breite des Eingangspulses kann man die Zahl der Solitonen beeinflussen, mit der Amplitude des Eingangspulses wird im wesentlichen nur die Amplitude der Solitonen verändert. Unabhängig davon wurde immer ein nachfolgender Wellenzug beobachtet.

4.2.2 Geschwindigkeit eines Solitons im Einfach- und Schleifenmodus

Die Ausbreitung der Solitonen erfolgt mit konstanter Geschwindigkeit, so wie es von der Theorie vorhergesagt wird (obwohl ihre Amplitude während der Ausbreitung kleiner wird). Dies wurde sowohl im Einfachmodus (Abb. 11) als auch im Schleifenmodus (Abb. 12) bestätigt.

4.2.3 Dämpfung eines Solitones im Einfach- und Schleifenmodus

Im Einfachmodus fällt die Amplitude linear mit dem zurückgelegten Weg ab (Abb. 13). Im Schleifenmodus (Abb. 14) gilt dies nur bis zum Ende der Leitung, dann folgt ein starker Knick in der Kurve. Das Signal wird hier stark gedämpft. Es ist daher schwierig, bei kleinen Amplituden Messungen im Schleifenmodus durchzuführen. Die folgenden Messungen wurden daher alle im Einfachmodus vorgenommen.

4.2.4 Ausbreitungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Amplitude

Änderung der Eingangsamplitude bewirkt eine Änderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit. Diese wurde wie in Abschnitt 4.2.2 mittels linearer Regression bestimmt. Man erhält

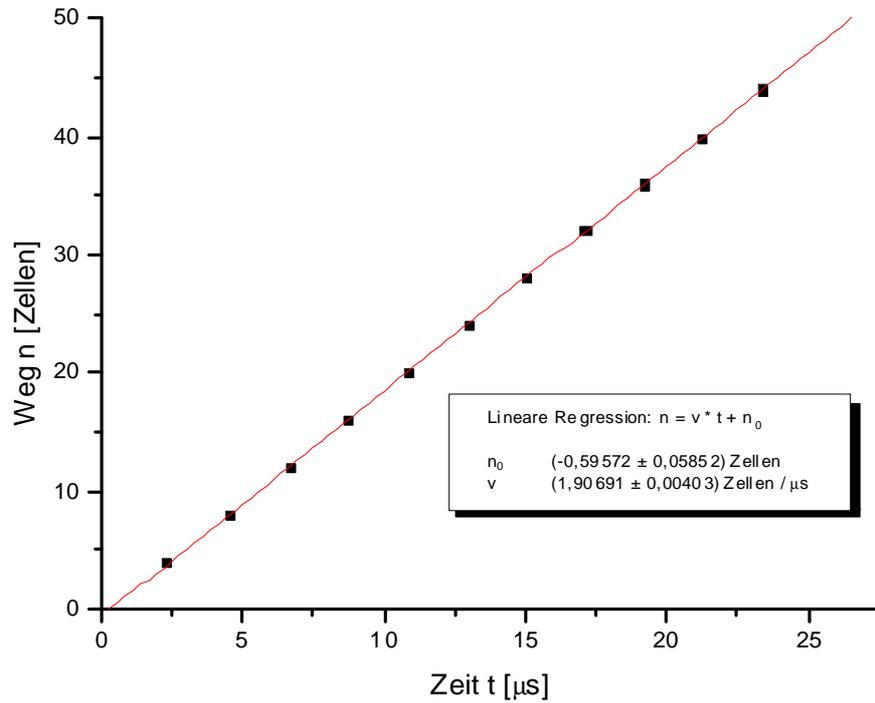


Abbildung 11: Ausbreitungsgeschwindigkeit im Einfachmodus

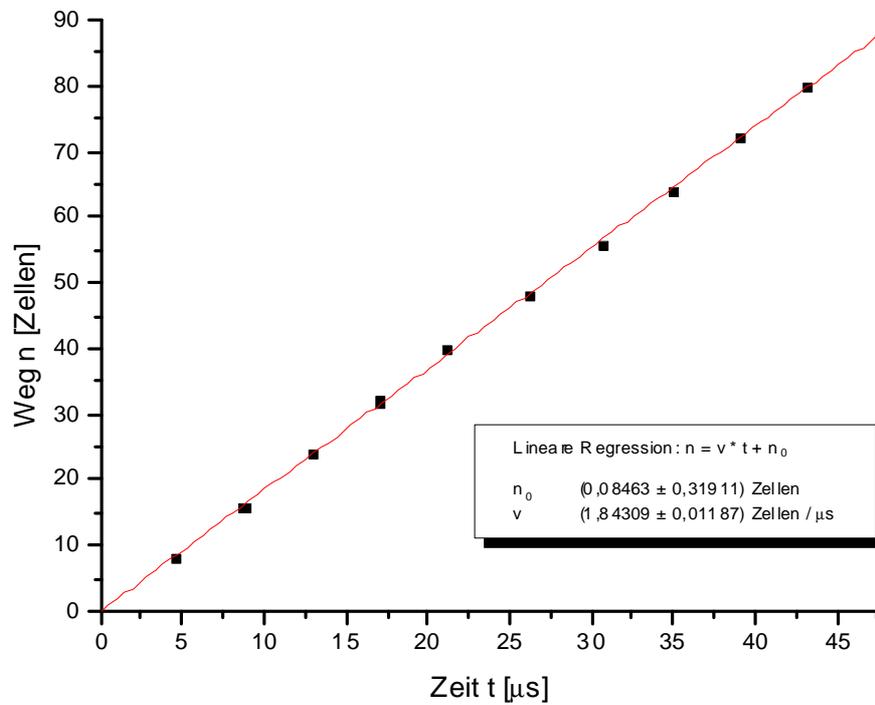


Abbildung 12: Ausbreitungsgeschwindigkeit im Schleifenmodus

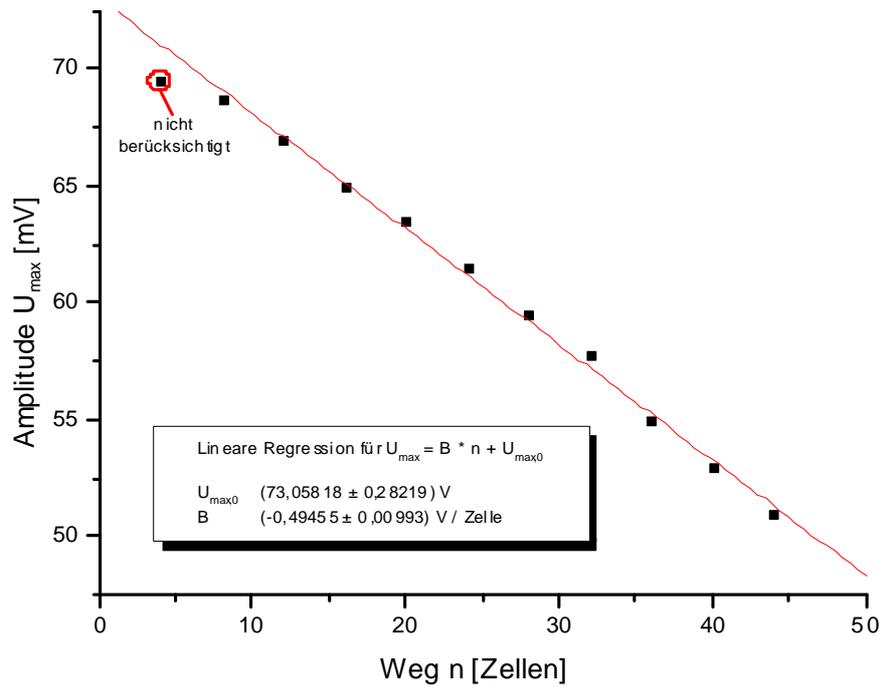


Abbildung 13: Abhängigkeit der Amplitude vom Weg im Einfachmodus

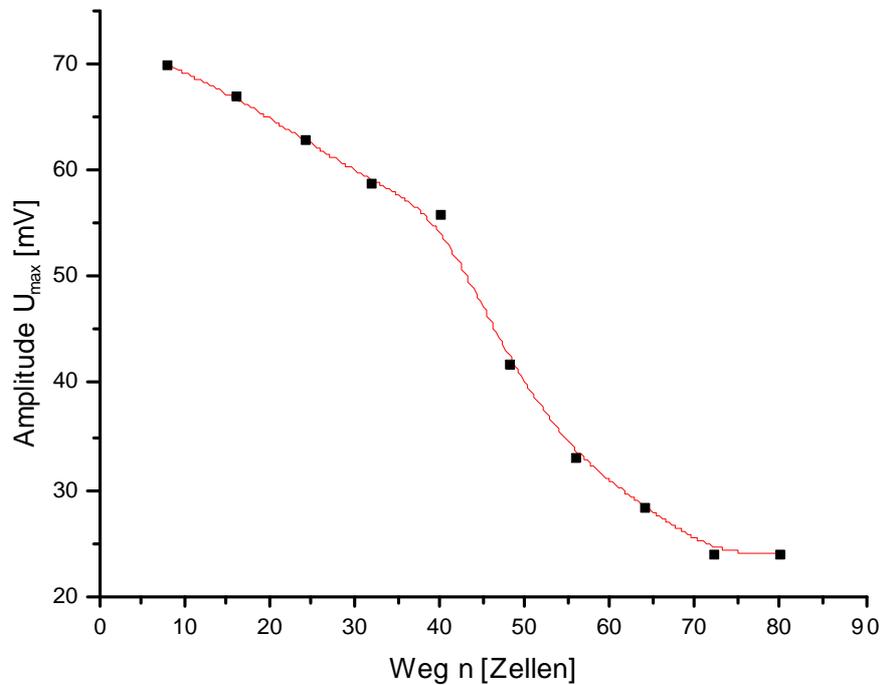


Abbildung 14: Abhängigkeit der Amplitude vom Weg im Schleifenmodus

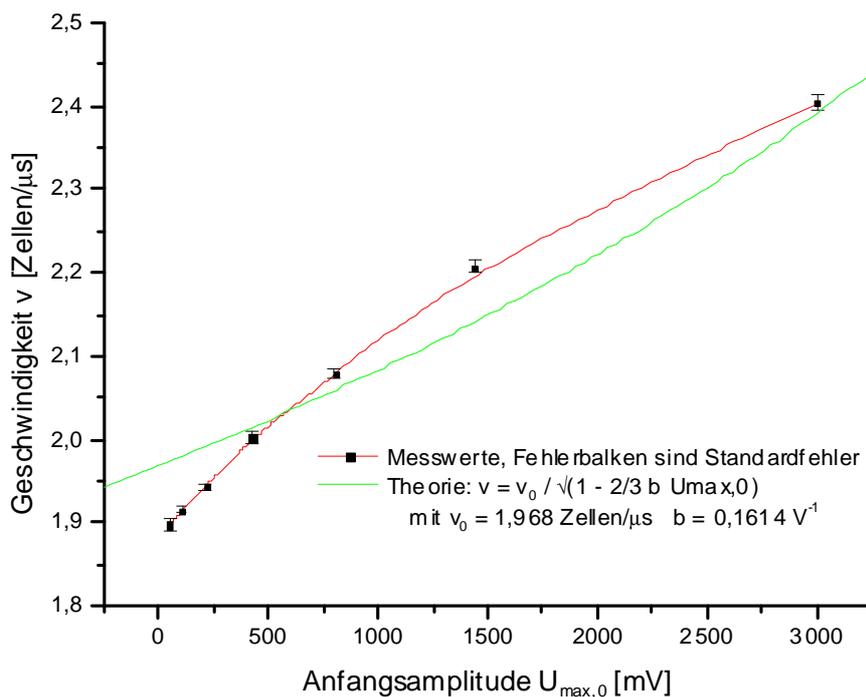


Abbildung 15: Amplitudenabhängigkeit der Geschwindigkeit

dadurch auch den Standardfehler der Steigung, der als Maß für die zufälligen Messungenauigkeiten dient und in den Abbildungen 15 und 16 als Fehlerbalken dargestellt wurde. Die Theoriekurve weicht deutlich von den Messwerten ab. Es ist zwar nicht zu erwarten, dass die Theoriekurve (Gl. 13) auch für große Spannungen noch gilt, weil hier die Werte von C_0 und b nicht mehr gültig sind, aber die Messwerte stimmen auch für kleine Spannungen nicht mit der Theorie überein. Für kleine Spannungen liegen die Messwerte annähernd auf einer Geraden, so dass mit Hilfe von Gleichung 18 v_0 und b erneut durch lineare Regression bestimmt werden konnten (Abbildung 16). Das so ermittelte v_0 weicht nicht allzu sehr von dem zuvor bestimmten (Gl. 25) ab, b hingegen schon (vgl. Abbildung 6). Die Abweichung der Messwerte von der Theoriekurve sind also auf die bereits angesprochenen systematischen Fehler bei der Messung der Kapazität zurückzuführen.

4.2.5 Breite der Solitonen

Die Breite der Solitonen wurde für feste Eingangsspannung an verschiedenen Stellen der Leitung gemessen und von diesen Messwerten dann Mittelwert und Standardfehler bestimmt. Gemessen wurde die zeitliche Breite der Solitonen, die durch Multiplikation mit der parallel dazu gemessenen Ausbreitungsgeschwindigkeit in eine räumliche Breite umgerechnet wurde. Es wurde jeweils ein Paket von vier Solitonen und ein halbes Soliton vermessen (Abbildung 17). Durch die Messung von vier Solitonen wurden keine sinnvollen Messwerte erhalten, die Breite bleibt nahezu konstant. Die Messungen stimmen nicht besonders gut mit der Theorie überein. Die Abbildung 17 vergleicht die Messwerte mit der Gleichung 14, Abbildung 18 die Gleichung 20.

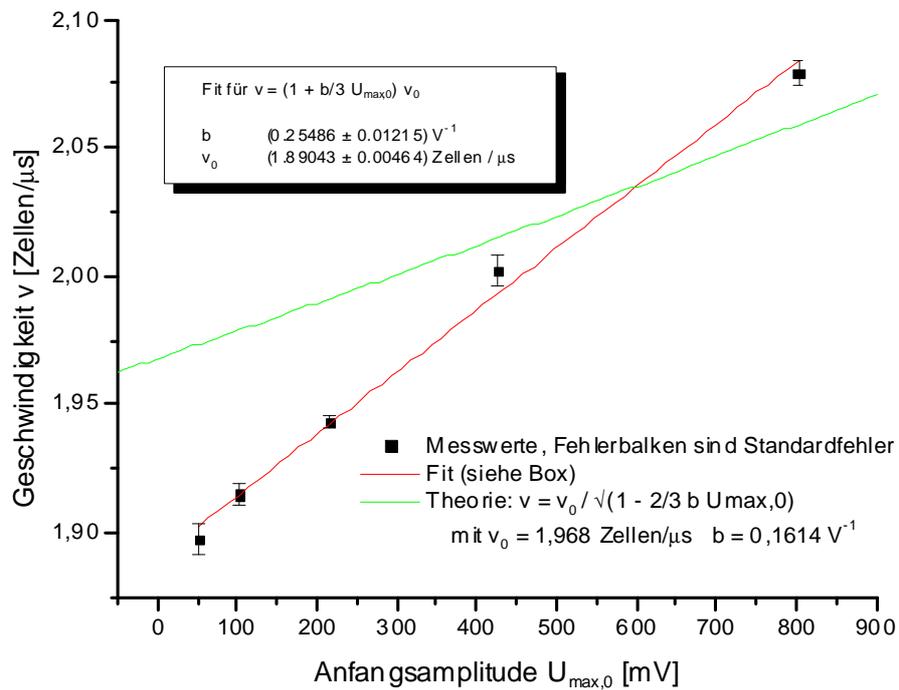


Abbildung 16: Amplitudenabhängigkeit der Geschwindigkeit, linearer Bereich

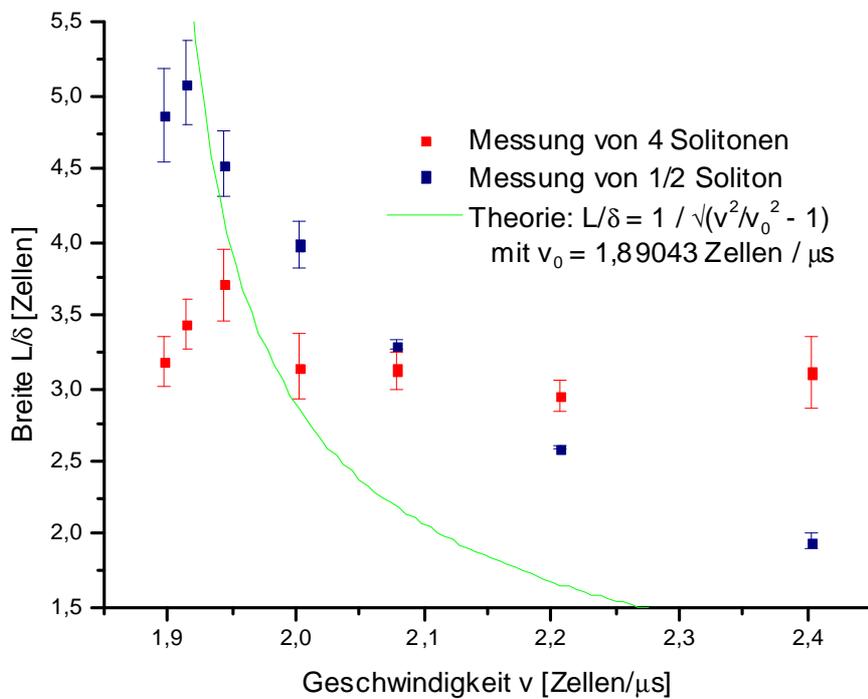


Abbildung 17: Geschwindigkeitsabhängigkeit der Breite

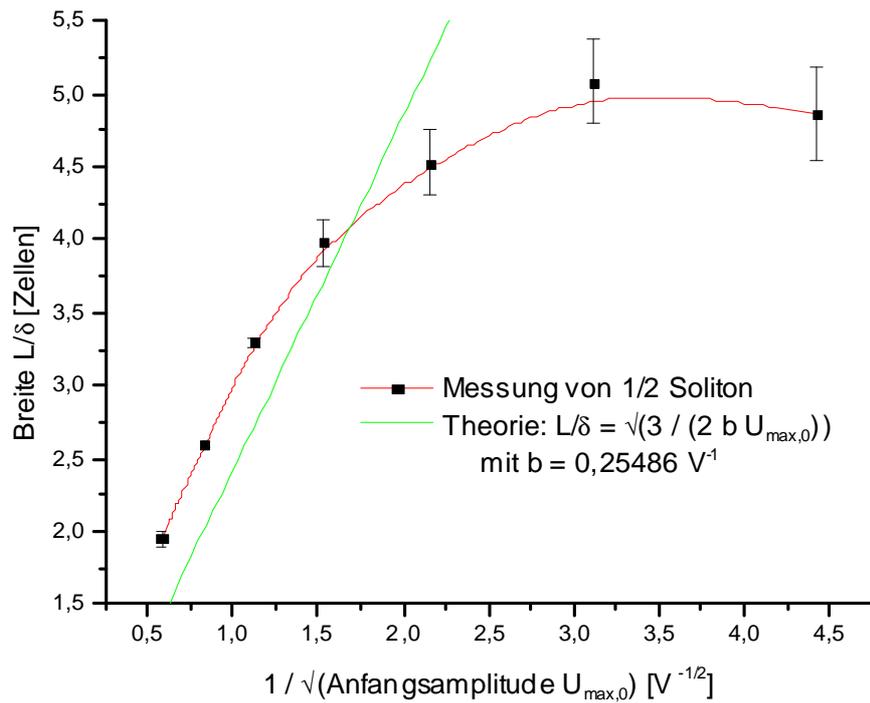


Abbildung 18: Breite in Abhängigkeit von der Eingangsamplitude

Literatur

- [1] Michel Remoissenet, Waves Called Solitons, Springer, 1999
- [2] S.M. Sze, Semiconductor Devices, Physics and Technologie, John Wiley & Sons, 1985
- [3] Praktikumsanleitung

A Messprotokoll